UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DEPARTAMENTO DE TERMODINÁMICA Y FENÓMENOS DE TRANSFERENCIA
TRANSFERENCIA DE CALOR I (TF-2251)
JOSELIN MORENO

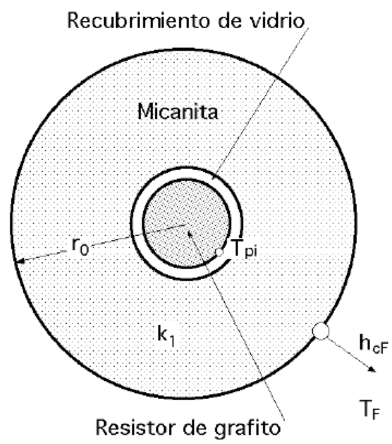
RESISTENCIA TERMICA

Un resistor de grafito de $0{,}5\ W$ tiene un diámetro de $1\ mm$ y una longitud de $20\ mm$ siendo su conductividad térmica $k_r = 0{,}25\ \ W/m\ °C$; el resistor está recubierto por una delgada capa de vidrio (de resistencia térmica insignificante) y encapsulado en micanita de conductividad térmica $k_m = 0{,}1\ \ W/m\ K$. Si el entorno que se encuentra a $300\ K$ y el coeficiente de transferencia de calor por convección y radiación es de $16\ \ W/m^2\ K$, determine

a) El radio para el máximo enfriamiento $[mm]$

b) Temperatura del resistor en la periferia $[°C]$

c) Temperatura en el núcleo $[K]$



<u>Solución</u>

a) Cuando se añade aislamiento y dado que en él no hay generación de energía, la cantidad de calor a disipar se mantiene constante, en área aumenta y la temperatura en la superficie disminuye. El calor Q transmitido se puede calcular entre la temperatura exterior de la pared T_{pi}, y la del medio exterior T_F, en la forma:

$$Q = \frac{(T_{P_i} - T_F)}{R_{k_1} + R_C} = \frac{(T_{P_i} - T_F)}{\left[\frac{ln(r_0/r_r)}{2\pi k_1 L}\right] + \left(\frac{1}{2\pi r_0 L\, h_C}\right)} = \frac{2\pi\, L\, (T_{P_i} - T_F)}{\frac{1}{k_1} ln\left(\frac{r_0}{r_r}\right) + \left(\frac{1}{r_0\, h_C}\right)} = \frac{(T_{P_i} - T_F)}{R} \qquad \text{Ecuación 1}$$

siendo R la resistencia térmica global. Derivando la expresión de Q respecto de r_0 se obtiene la condición de disipación de calor máxima:

$$\frac{\partial Q}{\partial r_o} = 2\pi\, L\, \left(T_{P_i} - T_F\right) \frac{\frac{1}{k_1\, r_1} - \frac{1}{r_0^2\, h_C}}{\left[\frac{1}{k_1} ln\left(\frac{r_0}{r_1}\right) + \left(\frac{1}{r_0\, h_C}\right)\right]^2} = 0 \qquad \text{Ecuación 2}$$

$$\begin{cases} \frac{h_C\, r_0}{k_1} = 1 \\ \\ r_0 = \infty \end{cases}$$

El radio que proporciona el máximo enfriamiento (disipación de calor máxima) es el radio crítico, donde se cumple que:

$$r_0 = \frac{k_1}{h_C} \rightarrow r_0 = \frac{0{,}1\ W/m\ K}{16\ \ W/m^2\ K} \rightarrow r_o = 0{,}00625m \rightarrow \boldsymbol{r_o = 6{,}25\ mm}$$

b) Considerando la Ecuación (1), se tiene que la temperatura en la periferia del resistor de grafito T_{pi} es:

$$Q = \frac{2\pi\, L\,(T_{P_i} - T_F)}{\frac{1}{k_1} ln\left(\frac{r_0}{r_r}\right) + \left(\frac{1}{r_0\, h_C}\right)} \rightarrow 0{,}5W = \frac{2\pi \cdot 0{,}02 (T_{P_i} - 300)}{\left[\frac{1}{0{,}1\, W/m \cdot K} ln\left(\frac{6{,}25\, mm}{0{,}5\, mm}\right)\right] + \left[\frac{1}{0{,}00625\, mm \cdot 16 W/m^2 K}\right]} \rightarrow T_{P_i} = 440{,}28\, K \rightarrow \boldsymbol{T_{P_i} \approx 167\,°C}$$

c) En el resistor hay generación de energía, por ser un sistema radial la distribución de temperaturas en el núcleo se estima con la siguiente expresión

$$T_{nuc} = T_{pi} + \frac{E}{4\,k}(r_r^2 - r^2) \qquad \text{Ecuación 3}$$

La evaluación de la Ecuación (3) se realizará en $r = 0$. Por su parte, las unidades de E son W/m^3, y el dato del enunciado está en W, por lo que:

$$E = \frac{Q}{V} \rightarrow E = \frac{Q}{\pi (D^2/4) L} = \frac{4 \cdot 0{,}5\, W}{\pi (0{,}001)^2 L} \rightarrow \boldsymbol{E = 31{,}83 \times 10^6\ W/m^3} \qquad \text{Ecuación 4}$$

Entonces,

$$T_{nuc}|_{r=0} = 167\,°C + \frac{31{,}83 \times 10^6\, W/m^3}{4\,(0{,}25\, W/m\,°C)}(0{,}0005^2) \rightarrow \boldsymbol{T_{nuc}|_{r=0} \approx 175\,°C}$$